10

11

$$\cancel{A\ddot{z} = -kz + c\dot{z}}$$

$$\ddot{z} = -\frac{k}{m}z + \frac{c}{m}\dot{z}$$
$$= -\omega_0^2 z + 2\gamma\dot{z}$$

(1) a) $m\ddot{z} = -kz - c\dot{z}$ $\qquad \ddot{z} + \frac{c}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = 0$

3 $\qquad \cancel{m\ddot{z} + kz + c\dot{z} = 0}$ $\qquad \ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

$\cancel{\ddot{z} + \omega_0^2 z + }$ $\qquad \ddot{z} = -2\gamma\dot{z} - \omega_0^2 z$

b) • $z(t) = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega_d t + \phi_0)$

$\dot{z}(t) = -\gamma A e^{-\gamma t}\sin(\omega_d t + \phi_0) + Ae^{-\gamma t}\omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)$

2,5 $\qquad = -Ae^{-\gamma t}\left(\gamma\sin(\omega_d t + \phi_0) - \omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)\right)$

$\ddot{z}(t) = \gamma A e^{-\gamma t}\left(\gamma\sin(\omega_d t + \phi_0) - \omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)\right) - Ae^{-\gamma t}\left(\gamma\omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)\right.$
$\qquad \left. + \omega_d^2\sin(\omega_d t + \phi_0)\right)$

$-2\gamma\dot{z} - \omega_0^2 z = \qquad 2\gamma A e^{-\gamma t}\left(\gamma\sin(\omega_d t + \phi_0) - \omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)\right)$
$\qquad - \omega_0^2 A e^{-\gamma t}\sin(\omega_d t + \phi_0)$

$\dot{z}(t) = -Ae^{-\gamma t}\gamma\sin(\omega_d t + \phi_0) + Ae^{-\gamma t}\omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)$

$\ddot{z}(t) = \gamma A e^{-\gamma t}\gamma\sin(\omega_d t + \phi_0) - \gamma A e^{-\gamma t}\omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0) - \gamma A e^{-\gamma t}\omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)$
$\qquad - Ae^{-\gamma t}\omega_d^2\sin(\omega_d t + \phi_0)$

$= \gamma A e^{-\gamma t}\left(\gamma\sin(\omega_d t + \phi_0) - 2\omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)\right) - \omega_d^2 Ae^{-\gamma t}\sin(\omega_d t + \phi_0)$

$= 2\gamma A e^{-\gamma t}\left(\tfrac{1}{2}\gamma\sin(\omega_d t + \phi_0) - \omega_d\cos(\omega_d t + \phi_0)\right) - \omega_d^2 Ae^{-\gamma t}\sin(\omega_d t + \phi_0)$

Dus het is een oplossing.

• $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, $\omega_d^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$, $\omega_0^2 = \omega_d^2 + \gamma^2$

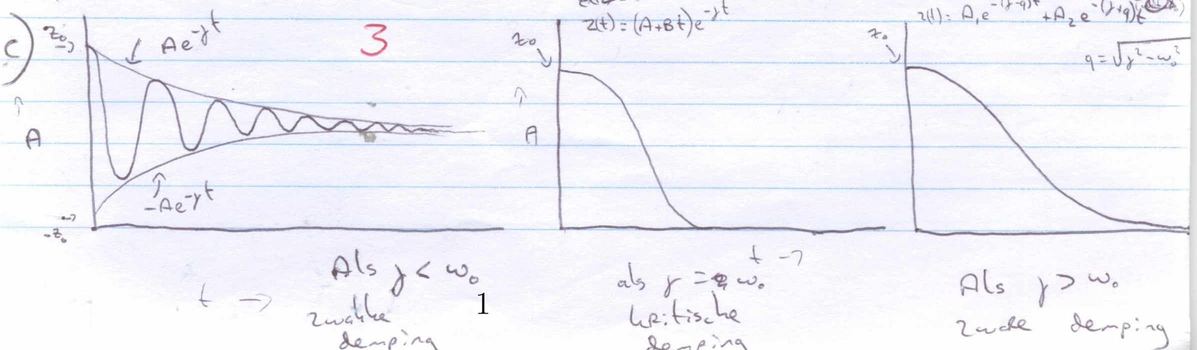
• De oplossing is geldig als er zwakke demping is. Dus γ mag "niet te groot" zijn, want dan kan het zwakke demping zijn. Er moet gelden $\gamma < \omega_0$ ✓.

• ~~Van de beginconditie~~ A en ϕ_0 hangen af van de beginconditie. A is nog maar de amplitude waarmee je begint, en die neemt dan steeds af. en ϕ_0?

$z(t) = (A+Bt)e^{-\gamma t}$ $\qquad z(t) = A_1 e^{-(\gamma-q)t} + A_2 e^{-(\gamma+q)t}$

$q = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

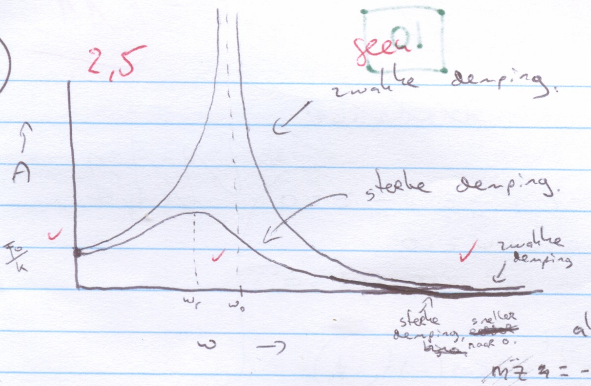
c) 3



Als $\gamma < \omega_0$ zwakke demping $\qquad$ als $\gamma = \omega_0$ kritische demping $\qquad$ Als $\gamma > \omega_0$ zwakke demping

t →

d)



Bij zwakke demping is de Amplitude oneindig als $\omega_a \approx \omega_0$
Bij sterke demping is de Amplitude dan niet meer oneindig en de piek is meer naar links.

als $\omega \to 0$ is ~~A~~ $m\ddot{z}$ heel klein

$$\cancel{m\ddot{z}} = -kx - c\dot{z} + F_0 \cos \omega t$$

$$kx + c\dot{z} = F_0 \cos \omega t$$

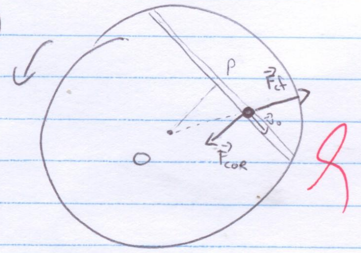
$$x = \frac{F_0}{k} \cos \omega t - \frac{c\dot{z}}{k}$$

A is dan dus $\frac{F_0}{k}$

Als $\omega \to \infty$ dan $A \to 0$.
~~Bij sterke demping is A sneller 0 dan bij zwakke demping.~~ Bij zwakke demping zal A trouwens nooit helemaal 0 zijn want $t \to \infty$ dan $e^{-\gamma t} \to 0$ maar $e^{-\gamma t}$ zal nooit helemaal 0 zijn. Bij sterke demping gaat A veel sneller richting 0 dan bij zwakke demping

9

2) a)



$$\vec{F}_{cf} = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')$$
$$\vec{F}_{cor} = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}'$$

8

2

b) bewegingsvgl in het algemeen

$$\vec{F}' = m\vec{a}' = \vec{F} - m\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}' - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}' - m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}') - m\vec{A}_0$$

Nu is $\dot{\omega} = 0$

$\vec{A}_0 = 0$ $\quad m\ddot{\vec{r}} = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}' - m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')$

$$= -2m\omega v(\vec{k}'\times\vec{i}') - m\omega^2 x\,\vec{k}\times(\vec{k}'\times\vec{i}')$$
$$= -2m\omega v(\vec{j}') - m\omega^2 x\,\vec{k}'\times\vec{j}'$$
$$= -2m\omega v\vec{j}' - m\omega^2 x(-\vec{i}')$$
$$= -2m\omega v\vec{j}' + m\omega^2 x\vec{i}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{\omega} &= \omega\vec{k}' \\ \vec{v}' &= v\vec{i}' \\ \vec{r}' &= x\vec{i}'\end{aligned}}$$

2 Dus $m\ddot{\vec{r}} + 2m\omega v\vec{j} - m\omega^2 x\vec{i}' = 0$

dus $m\ddot{x} - m\omega^2 x = 0$

c) $x(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$ $\quad x(0) = A + B = x_0 \quad A = x_0 - B$

$\dot{x}(t) = A\omega e^{\omega t} - B\omega e^{-\omega t}$ $\quad \dot{x}(0) = A\omega - B\omega = v_0$

3

$= (x_0 - B)\omega - B\omega$

$= \omega(x_0 - 2B) = v_0$

$x(t) = \left(\frac{1}{2}x_0 + \frac{v_0}{2\omega}\right)e^{\omega t} + \left(\frac{1}{2}x_0 - \frac{v_0}{2\omega}\right)e^{-\omega t}$

$\boxed{B = \frac{x_0}{2} - \frac{v_0}{2\omega}}$ 9

Als $t\to\infty$ dan $x(t) = Ae^{\omega t} + B$

~~De beweging zal dus in het begin~~

In het begin zal de knikker niet

$A + B = x_0$ dus $\boxed{A = x_0 - \frac{1}{2}x_0 + \frac{v_0}{2\omega} = \frac{1}{2}x_0 + \frac{v_0}{2\omega}}$ 9

1 veel bewegen maar uiteindelijk zal hij van de tafel afrollen, want dan wordt de beweging gegeven door $x(t) = Ae^{\omega t} + B$.

d) Deze kracht is de corioliskracht

$$\vec{F}_{cor} = -2m\omega v\vec{j}'$$

~~de grootte van de kracht is dus~~

$\dot{x}(t) = A\omega e^{\omega t} - B\omega e^{\omega t}$

1 $\vec{F}_{cor} = -2m\omega\left(\left(\frac{1}{2}x_0 + \frac{v_0}{2\omega}\right)e^{\omega t} - \left(\frac{1}{2}x_0 - \frac{v_0}{2\omega}\right)e^{-\omega t}\right)$

3P

(3) a)(i) is niet van toepassing omdat het punt O vastzit. Er is dus een externe kracht aanwezig. ~~De slinger~~ Het is niet zo dat de slinger vrij in de ruimte zweeft en vrij kan bewegen. (Dan zou er wel behoud van impuls zijn). Maar nu dus niet omdat de slinger vast zit in O.

1

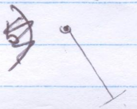
3

(ii) is niet van toepassing want de botsing is volkomen niet elastisch. (alleen bij een elastische botsing is er behoud van kinetische energie)

1

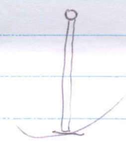
(iii) is wel van toepassing omdat het gaat om het impulsmoment t.o.v. O. Als het t.o.v. een ander punt zou zijn zou het impulsmoment niet behouden zijn, maar nu wel want O is de draaiingsas. De plek waar de kracht werkt zit dus altijd even ver van O af.

1



$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$

$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$



b) $\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$

~~voor de botsing~~ voor de botsing

$L = r_1 \times m v_1$

na de botsing

$L =$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$

$I\dot{\omega} = \vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$

$I\dot{\omega} = 0$?

~~voor de botsing $I = \frac{1}{3} M L^2$~~

na de botsing $I = \frac{1}{3}(M + m) L^2 + mL^2$ ×

$I\dot{\omega} = 0$

$\frac{1}{3}(M + m) L^2 \dot{\omega} = 0$

$\vec{L} = L(\cancel{M}+m)v$

$\dot{\omega} = 0$

$\omega = \omega_0 = \frac{v}{L}$

0/5

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mlg}}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$= \sqrt{\frac{I}{mlg}} = \frac{\frac{1}{3} m L^2}{m L g}$

$= \frac{1}{3} L g$

ri? ×

15

4

a) $I_z = \int r^2 dm$ $\qquad dm = \rho dS$

$\qquad\qquad\qquad\qquad = \rho 2\pi r dr$

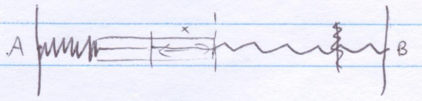
$I_z = \int_0^R r^2 \rho 2\pi r dr$

3

$= \left[2 \frac{1}{4} r^4 \rho \pi\right]_0^R = \frac{1}{2} R^4 \rho \pi \qquad M = \rho \pi R^2$

$= \frac{1}{2} M R^2 \qquad$ dus $\quad a = \frac{1}{2}$

b)



~~kracht van linkerveer~~ stel alleen de linkerveer was er, dan $m\ddot{x} = -kx$ Dus de kracht van de linkerveer op het wiel is $-kx$.

2

kracht van de rechterveer is ook $-kx$

Dus de totale kracht bij uitwijking x is $-2kx$

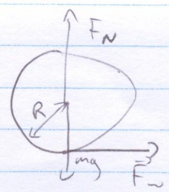
c) $M\ddot{x} = -2kx$

2

$M\ddot{x} + 2kx = 0$

$\ddot{x} + \frac{2k}{m} x = 0 \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

d)



$I \dot{\omega} = \vec{N}$

$= F_w R$

4

$\dot{\omega} = \frac{F_w R}{I} = \frac{F_w R}{\frac{1}{2} M R^2} = \frac{2 F_w}{MR}$

$F_w = \frac{\dot{\omega} M R}{2}$

$M\ddot{x} = -2kx - F_w$

$= -2kx - \frac{\dot{\omega} M R}{2} \qquad \ddot{x} = -\frac{2k}{M} x - \frac{\dot{\omega} R}{2} = -\omega_0^2 x - \frac{\dot{\omega} R}{2}$

e) slipvrij dus $\dot{x} = \omega R$

$\ddot{x} = \dot{\omega} R \qquad \ddot{x} = -\omega_0^2 x - \frac{\frac{\ddot{x}}{R} R}{2} = -\omega_0^2 x - \frac{1}{2}\ddot{x}$

$\dot{\omega} = \frac{\ddot{x}}{R}$

4

$1\frac{1}{2}\ddot{x} = -\omega_0^2 x$

$\ddot{x} = -\frac{2}{3}\omega_0^2 x$

$\ddot{x} + \frac{2}{3}\omega_0^2 x = 0$

$\ddot{x} + \frac{2}{3}\frac{2k}{M} x = 0 \qquad \omega_1 = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{2k}{M}} = \sqrt{\frac{4k}{3M}}$